

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS ET CROISSANCES COMPARÉES



DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS USUELS EN 0

Fonction exponentielle :

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

Fonctions hyperboliques :

$$\operatorname{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n})$$

$$\operatorname{sh}(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$$

Fonctions circulaires :

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n})$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$$

Fonctions puissances :

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 + \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + o(x^n)$$

Fonction logarithme népérien :

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

Fonctions tangente et tangente réciproque :

$$\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$$

$$\operatorname{Arctan}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+1})$$

CROISSANCES COMPARÉES

Pour les suites :

Si $\alpha > 0$, $\beta \in \mathbb{R}$ et $q > 1$ on a :

$$\frac{\ln^\beta n}{n^\alpha} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0, \quad \frac{n^\beta}{q^n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0, \quad \text{et} \quad \frac{q^n}{n!} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$$

Pour les fonctions :

Si $\alpha > 0$, $\beta \in \mathbb{R}$ et $a > 1$ on a :

$$\frac{\ln^\beta x}{x^\alpha} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0, \quad \frac{x^\beta}{a^x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0, \quad \text{et} \quad x^\alpha \ln^\beta x \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0$$