Lycée Descartes
Tours

PROGRAMME DE COLLES

PSI
2019 – 2020

Semaine du 2 au 7 décembre

Suites et séries de fonctions

- **Modes de convergence d'une suite de fonctions** : convergence simple, convergence uniforme, convergence uniforme implique convergence simple, lien entre convergence uniforme et convergence pour la norme $\|\cdot\|_\infty$ sur $\mathscr{B}(\mathrm{I},\mathbb{K})$;
- **Régularité de la limite d'une suite de fonctions** : continuité de la limite, théorème de la double limite, intégration d'une limite, dérivation d'une limite, dérivation d'ordre supérieur d'une limite ;
- **Modes de convergence d'une série de fonctions** : convergence simple, convergence uniforme, convergence uniforme si et seulement si convergence simple et convergence uniforme de la suite des restes de la série de fonctions vers 0, convergence normale, convergence normale implique convergence uniforme ;
- **Régularité de la somme d'une série de fonctions** : continuité de la somme, théorème de la double limite, intégration d'une somme, dérivation d'une somme, dérivation d'ordre supérieur d'une somme.

Espaces vectoriels normés

- **Généralités** : norme, normes usuelles sur $\mathbb{K}^n$, seconde inégalité triangulaire, distance associés à une norme, boule ouverte, boule fermée, sphère, parties convexes, parties, suites et fonctions bornées ;
- **Suites d'un espace vectoriel normé** : suite convergente, unicité de la limite, convergence et caractère borné, opérations sur les suites convergentes , suites extraites ;
- **Topologie d'un espace vectoriel normé** : point intérieur à une partie, intérieur d'une partie, partie ouverte, les boules ouvertes sont ouvertes, union et intersection d'ouverts, point adhérent à une partie, adhérence d'une partie, caractérisation séquentielle des points adhérents, partie fermée, caractérisation des fermés par l'adhérence, caractérisation séquentielle des fermés, les boules fermées sont fermées, union et intersection de fermés, frontière d'une partie ;
- **Limite et continuité d'applications entre espaces vectoriels normés** : limite, caractérisation séquentielle de la limite, unicité de la limite, opérations sur les limites, continuité, caractérisation séquentielle de la continuité, opérations sur la continuité, applications lipschitziennes, lipschitzienne implique continue, si $f : \mathrm{E} \to \mathbb{R}$ est continue, les ensembles $\{x \in \mathrm{E},\ f(x) = 0\}$ et $\{x \in \mathrm{E},\ f(x) \geqslant 0\}$ sont fermés et l'ensemble $\{x \in \mathrm{E},\ f(x) > 0\}$ est ouvert ;
- **En dimension finie** : équivalence des normes en dimension finie, c'est-à-dire qu'une suite converge vers ℓ pour une norme si et seulement si elle converge vers ℓ pour une autre norme, convergence des suites grâce aux suites coordonnées dans une base, limite et continuité des applications grâce aux applications coordonnées dans une base, applications continues sur une partie fermée bornée, en dimension finie, les applications linéaires et multilinéaires sont continues, les applications polynomiales sur $\mathbb{K}^n$ sont continues, continuité de det.