Lycée Descartes
Tours

PROGRAMME DE COLLES

PSI
2022 – 2023

Semaine du 12 au 17 décembre

Séries entières

- **Généralités** : définition des séries entières, lemme d'Abel, définition du rayon de convergence, convergence absolue sur le disque ou l'intervalle ouvert de convergence, méthodes pour déterminer un rayon de convergence, comparaison de rayons de convergence, opérations sur les séries entières : multiplication par un scalaire, somme et produit de Cauchy ;
- **Régularité de la somme d'une série entière** : convergence normale sur tout segment de l'intervalle ouvert de convergence et continuité sur l'intervalle ouvert de convergence pour la variable réelle, continuité sur le disque ouvert de convergence pour la variable complexe, intégration et dérivation sur l'intervalle ouvert de convergence pour la variable réelle ;
- **Développement en série entière** : fonction développable en série entière, série de Taylor, unicité du développement en série entière, développements en série entière usuels (exp, ch, sh, cos, sin, $x \mapsto (1+x)^{\alpha}$, $x \mapsto \ln(1+x)$ et Arctan, séries géométrique et exponentielle pour la variable complexe, méthode de l'équation différentielle pour justifier qu'une fonction est développable en série entière et déterminer son développement.

Preuves exigibles : *(1) : lemme d'Abel, (2) : comportement d'une série entière pour* $|z| < \mathrm{R}$ *et* $|z| > \mathrm{R}$, *(3) : comparaison de rayons de convergence, (4) : convergence normale de la somme de série entière sur tout segment de l'intervalle ouvert de convergence, (5) : continuité de la somme d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence, (6) : primitive de la somme d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence.*