

SEMAINE DU 9 AU 14 JANVIER



INTÉGRATION

Pas encore d'exercices sur les suites et séries de fonctions intégrables et intégrales à paramètre.

- **Intégration d'une fonction continue par morceaux sur un segment** : fonction continue par morceaux, opérations sur les fonctions continues par morceaux, intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment, propriétés de l'intégrale (linéarité, inégalité triangulaire, positivité, croissance, nullité), intégrale d'une fonction continue par morceaux à valeurs complexes;
- **Intégrales généralisées** : Intégrale généralisée sur un intervalle semi-ouvert, intégrales de référence (intégrales de Riemann $\int_0^1 t^{-\alpha} dt$ et $\int_1^{+\infty} t^{-\alpha} dt$, $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ et $\int_0^1 \ln(t) dt$), intégrale généralisée sur un intervalle ouvert, intégrales faussement impropres, propriétés des intégrales généralisées (linéarité, inégalité triangulaire, positivité, croissance, nullité), intégrale généralisée d'une fonction à valeurs complexes, crochet généralisé, changement de variable, intégrales de Riemann $\int_a^b (t-a)^{-\alpha} dt$ et $\int_a^b (b-t)^{-\alpha} dt$, convergence absolue, convergence absolue implique convergence, intégrabilité, théorème de comparaison, espaces des fonctions intégrables et de carré intégrables, inégalité de Cauchy-Schwarz;
- **Suites et séries de fonctions intégrables** : théorème de convergence dominée pour les suites de fonctions, théorème d'intégration terme à terme pour les séries de fonctions;
- **Intégrales à paramètre** : théorèmes de continuité, de dérivabilité et de classe \mathcal{C}^k d'une intégrale à paramètre.

PREUVES EXIGIBLES : (1) : étude des intégrales de référence, (2) : crochet généralisé, (3) : intégration par parties généralisée, (4) : théorème de comparaison pour les fonctions intégrables, (5) : le produit de deux fonctions L^2 est L^1 .