Lycée Descartes
Tours

PROGRAMME DE COLLES

PSI
2023 – 2024

Semaine du 12 février au 17 février

Équations différentielles (Cours & Exercices)

- **Équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1** : structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène et de l'équation générale, solutions de l'équation homogène, principe de superposition, problème de Cauchy, méthode de résolution d'un système différentiel linéaire d'ordre 1 ;
- **Équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2** : structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène et de l'équation générale, principe de superposition, problème de Cauchy, dimension de l'espace vectoriel des solutions de l'équation homogène, cas des équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2 à coefficients constants : résolution de l'équation homogène grâce à l'étude de l'équation caractéristique, forme des solutions particulières lorsque le second membre est de la forme $t \mapsto \mathrm{K}e^{\lambda t}$ pour $\lambda \in \mathbb{C}$ ou polynomial, recherche d'une solution particulière sous la forme de la somme d'une série entière.

Preuves exigibles : *(1) : structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène et de l'équation générale (ordre 1), (2) : principe de superposition (ordre 1 ou 2), (3) : description des solutions de l'équation homogène (ordre 1).*

Endomorphismes d'un espace euclidien (Cours & Exercices)

- **Isométries vectorielles** : définition, bijectivité, caractérisation par le produit scalaire, par l'image d'une base orthonormée, opérations sur les isométries, stabilité de l'orthogonal d'un sous-espace stable par une isométrie ;
- **Matrices orthogonales** : définition, caractérisations classiques, caractérisation des isométries vectorielles, opérations sur les matrices orthogonales, déterminant d'une matrice orthogonale ;
- **Espaces euclidiens orientés** : bases définissant la même orientation, orientation d'un espace euclidien, produit mixte, produit vectoriel en dimension 3 et propriétés ;
- **Isométries vectorielles du plan** : description de $\mathrm{O}_2(\mathbb{R})$, produit de deux rotations, description des isométries directes et indirectes du plan ;
- **Isométries vectorielles de l'espace** : expression matricielle des isométries en dimension 3, description des isométries directes ;
- **Endomorphismes et matrices symétriques** : définition, structure de l'ensemble des endomorphismes symétriques, lien avec les matrices symétriques, théorème spectral, endomorphismes ou matrices positifs et définis positifs, caractérisation de ces derniers avec leur spectre.

Preuves exigibles : *(1) : caractérisation des isométries par le produit scalaire, (2) : caractérisation des isométries par l'image d'une base orthonormée, (3) : Si $\mathscr{B}$ est une b.o.n. et $\mathscr{B}'$ est une base, alors $\mathscr{B}'$ est orthonormée ssi la matrice de passage de $\mathscr{B}$ vers $\mathscr{B}'$ est orthogonale, (4) :* $\mathrm{M} \in \mathrm{S}_n^+(\mathbb{R})$ *ssi* $\mathrm{sp}(\mathrm{M}) \subset \mathbb{R}_+$.