PROGRAMME DE COLLES

Semaine du 23 au 28 septembre

Compléments d'algèbre (Cours seulement)

- **Produit et somme d'espaces vectoriels** : espace produit, somme de sous-espaces vectoriels, somme directe de sous-espaces vectoriels, dimension d'une somme de sous-espaces vectoriels et caractérisation de la somme directe, sommes directes et bases, bases adaptées, définition d'une application linéaire par ses restrictions aux sous-espaces vectoriels d'une somme directe ;
- **Matrices et endomorphismes** : polynôme de matrice, d'endomorphisme, opérations sur les polynômes de matrices et d'endomorphisme, polynôme annulateur, applications : calcul de l'inverse d'une matrice et des puissances d'une matrices, matrices par blocs et opérations, sous-espaces stables, cas de deux matrices ou endomorphismes qui commutent, traduction matricielle de la stabilité, matrices semblables, interprétation en termes d'endomorphismes, rang de deux matrices semblables, trace d'une matrice, opérations, trace de deux matrices semblables, trace d'un endomorphisme ;
- **Compléments sur les déterminants** : cas des matrices triangulaires par blocs, déterminant de Vandermonde ;
- **Interpolation de Lagrange** : polynômes de Lagrange, existence et unicité du problème associé, base d'interpolation, lien avec le déterminant de Vandermonde ;
- **Formes linéaires et hyperplans** : définitions d'une forme linéaire et d'un hyperplan, caractérisation d'un hyperplan en dimension finie.

Preuves exigibles : *(1) : dimension d'une somme de sous-espaces vectoriels, (2) : opérations sur la trace d'une matrice, (3) : deux matrices semblables ont même trace et même déterminant, (4) : stabilité de l'image et du noyau d'un endomorphisme par un autre endomorphisme commutant avec le premier, (5) : déterminant de Vandermonde.*
Méthodes exigibles : *(1) : calcul de l'inverse d'une matrice et de ses puissances à l'aide d'un polynôme annulateur.*

Compléments sur les séries (Cours & 1er exercice)

- **Séries à termes réels positifs** : règle de d'Alembert, formule de Stirling, comparaison séries – intégrales ;
- **Séries alternées** : définition, théorème spécial des séries alternées ;
- **Produit de Cauchy de deux séries** : définition, convergence du produit de Cauchy de deux séries.

Preuves exigibles : *règle de d'Alembert, théorème spécial des séries alternées.*

Révisions d'analyse (Exercices suivants)

Ces notions sont des révisions de première année.

- **Suites réelles et complexes** : limite d'une suite, opérations sur les limites, limites et inégalités, limite monotone, suites adjacentes, suites extraites, relations de comparaison, extension aux suites complexes ;
- **Séries réelles et complexes** : définitions, séries de référence, séries à termes réels positifs, séries absolument convergentes ;
- **Limites et continuité des fonctions** : limite d'une fonction, limites à gauche, à droite, opérations sur les limites, limites et inégalités, caractérisation séquentielle, limite monotone, extension aux fonctions complexes, continuité, continuité à gauche, à droite, opérations, prolongement par continuité, caractérisation séquentielle, théorèmes relatifs aux fonctions continues, extension aux fonctions complexes ;

- **Dérivabilité des fonctions** : dérivabilité, dérivabilité à gauche, à droite, opérations, extrema et dérivabilité, théorèmes de Rolle et des accroissements finis, inégalité des accroissements finis, monotonie et dérivabilité, théorème de la limite de la dérivée, dérivées d'ordre supérieur, extension aux fonctions complexes ;
- **Analyse asymptotique** : relations de comparaison, manipulation des équivalents, développements limités, régularité et développements limités, théorème de Taylor-Young ;
- **Intégration des fonctions continues sur un segment** : propriétés de l'intégrale, sommes de Riemann, primitives d'une fonction continue, théorème fondamental de l'analyse, intégration par parties, changement de variables, formules de Taylor, extension aux fonctions complexes.

Révisions d'algèbre (Exercices suivants)

Ces notions sont des révisions de première année.

- **Espaces vectoriels** : définition, sous-espaces vectoriels, sous-espace vectoriel engendré, intersection de sous-espaces vectoriels, somme, somme directe de deux sous-espaces vectoriels, familles libres, liées, génératrices, bases, dimension d'un espace vectoriel ;
- **Applications linéaires** : définition, opérations sur les applications linéaires, noyau, image d'une application linéaire, lien entre bases et applications linéaires, rang d'une application linéaire, théorème du rang et conséquences, équations linéaires ;
- **Matrices** : formule du binôme de Newton, matrice d'une application linéaire, lien entre points de vue vectoriel et matriciel, changements de base, rang d'une matrice, opérations élémentaires sur les matrices (ou systèmes), méthode du pivot de Gauss et applications : calcul du rang et de l'inverse d'une matrice, résolution d'un système linéaire ;
- **Déterminants** : théorème d'existence et d'unicité du déterminant, propriétés et opérations, déterminant d'une famille de vecteurs, caractérisation des bases, développement d'un déterminant, déterminant d'un endomorphisme.