

SEMAINE DU 7 AU 12 DÉCEMBRE



SÉRIES ENTIÈRES

- **Généralités** : définition des séries entières, lemme d'Abel, définition du rayon de convergence, convergence absolue sur le disque ou l'intervalle ouvert de convergence, méthodes pour déterminer un rayon de convergence, comparaison de rayons de convergence, opérations sur les séries entières : multiplication par un scalaire, somme et produit de Cauchy;
- **Régularité de la somme d'une série entière** : convergence normale sur tout segment de l'intervalle ouvert de convergence et continuité sur l'intervalle ouvert de convergence pour la variable réelle, continuité sur le disque ouvert de convergence pour la variable complexe, intégration et dérivation sur l'intervalle ouvert de convergence pour la variable réelle;
- **Développement en série entière** : fonction développable en série entière, série de Taylor, unicité du développement en série entière, développements en série entière usuels (\exp , ch , sh , \cos , \sin , $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$ et Arctan , séries géométrique et exponentielle pour la variable complexe, méthode de l'équation différentielle pour justifier qu'une fonction est développable en série entière et déterminer son développement.

PREUVES EXIGIBLES : lemme d'Abel, rayon de convergence d'une somme de deux séries entières, rayon de convergence du produit de Cauchy de deux séries entières, convergence normale de la somme de série entière sur tout segment de l'intervalle ouvert de convergence, continuité de la somme d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence.

SUITES ET SÉRIES DE FONCTIONS

- **Modes de convergence d'une suite de fonctions** : convergence simple, convergence uniforme, convergence uniforme implique convergence simple, lien entre convergence uniforme et convergence pour la norme $\|\cdot\|_\infty$ sur $\mathcal{B}(I, \mathbb{K})$;
- **Régularité de la limite d'une suite de fonctions** : continuité de la limite, théorème de la double limite, intégration d'une limite, dérivation d'une limite, dérivation d'ordre supérieur d'une limite;
- **Modes de convergence d'une série de fonctions** : convergence simple, convergence uniforme, convergence uniforme si et seulement si convergence simple et convergence uniforme de la suite des restes de la série de fonctions vers 0, convergence normale, convergence normale implique convergence uniforme;
- **Régularité de la somme d'une série de fonctions** : continuité de la somme, théorème de la double limite, intégration d'une somme, dérivation d'une somme, dérivation d'ordre supérieur d'une somme.

PREUVES EXIGIBLES : convergence uniforme implique convergence simple, continuité de la limite, intégration d'une limite, convergence normale implique convergence uniforme.